



Applicazioni della proporzionalità



Problemi del tre semplice

La proporzionalità diretta e quella inversa si applicano per risolvere molti problemi pratici.

Se in un problema ci sono due grandezze proporzionali, tre valori noti e un quarto incognito, si ha un **problema del tre semplice**:

- **diretto**, se le grandezze considerate sono direttamente proporzionali;
- **inverso**, se le grandezze considerate sono inversamente proporzionali.

Problemi di ripartizione

Questi problemi consistono nel ripartire un numero in parti proporzionali a più numeri dati; la somma delle parti ottenute deve essere uguale al numero dato.

In questi problemi compaiono due grandezze di cui una deve essere ripartita in parti direttamente o inversamente proporzionali.

I **problemi di ripartizione** possono essere:

- **diretti**, se le grandezze considerate sono direttamente proporzionali;
- **inversi**, se le grandezze considerate sono inversamente proporzionali.

Percentuale

Le percentuali fanno parte della nostra vita quotidiana:

- “il 23% del territorio italiano è pianeggiante”;
- “un abito è scontato del 30%”.

Il simbolo % si legge **per cento** e il numero che precede il % si dice **tasso percentuale**.

Si può notare che la scrittura 23% è solo un modo diverso di scrivere la frazione $\frac{23}{100}$.

La **percentuale** è un particolare rapporto che ha come conseguente 100.

Il calcolo delle percentuali è un’applicazione della proporzionalità diretta.

Percentuale

Possiamo scrivere la proporzione in simboli:

$$T : 100 = p : r$$

dove:

- **T** è il **totale**, cioè il valore della grandezza a cui si applica il tasso percentuale;
- **p** è la **parte percentuale**, cioè la parte del totale che viene calcolata applicando la percentuale;
- **r** è il **tasso percentuale**.

Questa proporzione ci consente di risolvere i problemi sulla percentuale, conoscendo due valori tra **T** , **p** e **r** .

Percentuale

- Per calcolare il **totale** si moltiplica la parte percentuale per 100 e si divide per il tasso percentuale:

$$T = \frac{p \cdot 100}{r}$$

- Per calcolare la **parte percentuale** si moltiplica il totale per il tasso percentuale e si divide per 100:

$$p = \frac{T \cdot r}{100}$$

- Per calcolare il **tasso percentuale** si divide la parte percentuale per il totale e si moltiplica per 100:

$$r = \frac{p \cdot 100}{T}$$

Percentuale

VARIAZIONE PERCENTUALE

Per calcolare la **variazione percentuale** di una grandezza dobbiamo conoscere sempre il valore iniziale e il valore finale.

La variazione percentuale si ottiene moltiplicando per 100 il rapporto tra la differenza tra il valore finale (v_f) e quello iniziale (v_i) e il valore iniziale (v_i).

- Se $v_f > v_i$ si ottiene un **incremento percentuale** e si calcola:

$$\frac{v_f - v_i}{v_i}$$

- Se $v_i > v_f$ si ottiene una **riduzione percentuale** e si calcola:

$$\frac{v_i - v_f}{v_i}$$

Percentuale

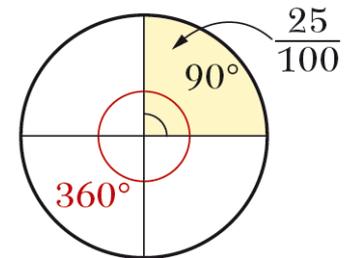
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

Il grafico che permette di visualizzare meglio le percentuali è l'**areogramma a settori circolari**, detto **areogramma percentuale**.

Disegniamo un cerchio e su esso consideriamo un settore circolare pari a $\frac{1}{4}$ di cerchio. L'ampiezza del settore circolare è 90° .

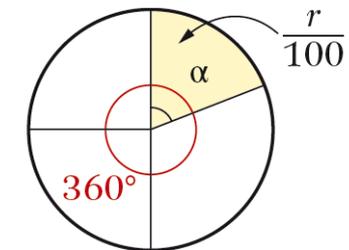
Possiamo scrivere la proporzione:

$$25 : 100 = 90^\circ : 360^\circ$$



Le due grandezze **superficie del settore circolare** e **ampiezza del settore circolare** sono direttamente proporzionali, pertanto il problema della costruzione di un areogramma a settori circolari è riconducibile a un problema del tre semplice:

$$r : 100 = \alpha : 360^\circ$$



Interesse

L'**interesse** (I) è il compenso che si deve corrispondere, dopo un certo periodo di tempo, a una banca (insieme alla somma ricevuta) quando si chiede un prestito.

L'interesse dipende dalla somma chiesta in prestito, detta **capitale** (C), e dal tempo di durata del prestito, detto **periodo di capitalizzazione** (t).

L'interesse prodotto da un capitale di 100 euro in un anno è detto **tasso percentuale di interesse** o **ragione** (r).

- **Interesse semplice:** l'interesse, calcolato sul capitale alla fine del periodo di capitalizzazione, non viene addizionato al capitale.
- **Interesse composto:** l'interesse, calcolato sul capitale alla fine del periodo di capitalizzazione, viene addizionato al capitale.

Interesse

L'interesse è legato alle altre tre grandezze da una legge di **proporzionalità diretta**: infatti raddoppiando o triplicando il capitale (o la ragione o il tempo) anche l'interesse raddoppia o triplica.

La formula che permette di calcolare l'interesse I prodotto da un capitale C impiegato a un tasso percentuale r per un periodo di capitalizzazione t è:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Da questa formula possiamo ricavare le formule inverse:

$$C = \frac{I \cdot 100}{r \cdot t}$$

$$t = \frac{I \cdot 100}{r \cdot C}$$

$$r = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t}$$

Sconto commerciale

Lo **sconto commerciale** è la riduzione di cui beneficia chi paga un debito prima della scadenza fissata.

Il problema è simile a quello del calcolo dell'interesse semplice e, anche in questo caso, si usa una terminologia specifica:

- S_c = sconto commerciale
- t = tempo di anticipo
- D = somma da pagare o debito
- r = tasso di sconto

La **somma pagata** sarà:

$$S_p = D - S_c$$

Sconto commerciale

Come l'interesse, lo sconto commerciale è **direttamente proporzionale** alla somma da pagare, al tasso di sconto e al tempo di anticipo del pagamento:

$$S_c = \frac{D \cdot r \cdot t}{100}$$

da cui si possono ricavare le formule inverse:

$$D = \frac{S_c \cdot 100}{r \cdot t} \quad r = \frac{S_c \cdot 100}{D \cdot t} \quad t = \frac{S_c \cdot 100}{D \cdot r}$$